

Παράδειγμα

$Q = K^{0.5} L^{0.5}$ συνάρτηση παραγωγής, με $r=1$, $w=3$ οι τιμές του κεφαλαίου και εργασίας αντίστοιχα. Ν.β. K, L ώστε να μεγιστοποιηθεί το προϊόν όταν το κόστος είναι $C_0 = 700$ (τα άριστα επίπεδα αναφορικά των)

Λύση

Πιο συγκεκριμένα ο περιορισμός του κόστους είναι $C_0 = rK + wL$

Άρα λέται των ανεξαρτηστών: $700 - 1 \cdot K - 3L = 0$

Σχηματίζω την συνάρτηση Lagrange $V = K^{0.5} L^{0.5} + \lambda (700 - K - 3L)$

$$\frac{\partial V}{\partial K} = V_K = \frac{\partial Q}{\partial K} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial K} = \lambda \Rightarrow 0.5 K^{-0.5} L^{0.5} = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial L} = V_L = \frac{\partial Q}{\partial L} - 3\lambda = 0 \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial L} = 3\lambda \Rightarrow 0.5 K^{0.5} L^{-0.5} = 3\lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = V_\lambda \Rightarrow 700 - K - 3L = 0 \quad (3)$$

Διαιρώ κατά μέλη των (2) δια των (1) και έχω

$$\frac{0.5 K^{0.5} L^{-0.5}}{0.5 K^{-0.5} L^{0.5}} = \frac{K}{L} = 3 \Rightarrow K = 3L \quad (4)$$

← συνθήκη ισορροπίας της παραγωγής όπου ο λόγος των οριακών προϊόντων είναι ίσος με του λόγου των τιμών των παραγ. γωστελεστών

Από (3), (4) έχω ότι : $700 - 3L - 3L = 0 \Rightarrow 700 = 6L \Rightarrow L = \frac{700}{6}$

(4) $\Rightarrow K = 3L = 3 \cdot \frac{700}{6} = \frac{700}{2} = 350$

Για να βρω το λ αντικαθιστώ τα K, L που βρήκα στην (1) ή (2)

$\lambda = 0.5 \cdot 350^{-0.5} \cdot 116,6^{0.5} = 0.288$

Συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas :

$Q = A L^a K^b$

όπου a, b οι ελαστικότητες παραγωγής ως προς τις εσοχές L και K κεφαλαίου αντίστοιχα και A ο συντελεστής εφφορολογίας

- Αν $a+b=1 \rightarrow$ Σταθερές αποδόσεις κλίμακας
- Αν $a+b>1 \rightarrow$ Αυξουσες αποδόσεις
- Αν $a+b<1 \rightarrow$ Φθίνουσες αποδόσεις

ΟΡΙΣΜΟΙ

1) Σταθερές αποδόσεις κλίμακας επιφέρει πως αν διπλασιαστούμε τις ποσότητες των εσοχών που χρησιμοποιούμε διπλασιάζεται και το παραγόμενο προϊόν.

2) Αυξουσες αποδόσεις κλίμακας επιφέρει ότι αν διπλασιαστούμε τις ποσότητες των εσοχών που χρησιμοποιούμε υπερδιπλασιάζεται η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος

3) Φύλλοιες αποδόσεις επίτακας γίνεται πως αν διαδραματίζουμε (2)
τις ποσότητες των εφορών που χρησιμοποιούμε τότε υποδιπλασιάζεται
το παραγόμενο προϊόν.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Δίνεται $Q = 4L^{0.6}K^{0.4}$ (βασικές αποδόσεις). Να υπολογιστούν
τα μέτρα και οριστικά προϊόντα κεφαλαίου και εργασίας,
οι ελαστικότητες παραγωγής ως προς κεφάλαιο και εργασία και
ο οριστικός λόγος τεχνικής υποκατάστασης

Λύση

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{4L^{0.6}K^{0.4}}{L} = 4\left(\frac{K}{L}\right)^{0.4}$$

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 4 \cdot 0.6L^{-0.4}K^{0.4} = 2.4\left(\frac{K}{L}\right)^{0.4}$$

$$AP_K = \frac{Q}{K} = \frac{4L^{0.6}K^{0.4}}{K} = 4\left(\frac{L}{K}\right)^{0.6}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = 4 \cdot 0.4L^{0.6}K^{-0.6} = 1.6\left(\frac{L}{K}\right)^{0.6}$$

$$E_{QL} = \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{L}{Q} = \frac{MP_L}{AP_L} = 0.6$$

$$E_{QK} = \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{K}{Q} = \frac{MP_K}{AP_K} = 0.4$$

$$| \text{ONTY} | = \frac{\partial K}{\partial L} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{0.6K}{0.4L} = 1.5 \frac{K}{L}$$

Θαυρία Κόστους

Οικονομικό κόστος: Το χρηματικό κόστος που πρέπει να πληρωθεί
ο επιχειρηματίας για την απόκτηση ειδρών.

Το κόστος διακρίνεται σε βραχυπρόνιο ή μακροπρόνιο.

Βραχυπρόνιο ~~κόστος~~ το κόστος το οποίο προκύπτει όταν το κεγό κεφάλαιο παραμένει σταθερό (σταθερός εωτελεστικός) ενώ μεταβάλλεται ο εωτελεστικός εργασία (μεταβλητός εωτελεστικός)

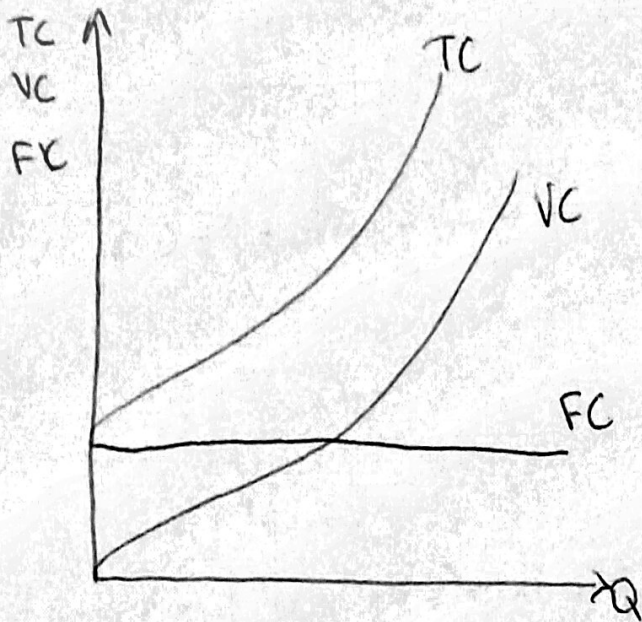
Μακροπρόνιο: το κόστος το οποίο προκύπτει με την μεταβολή τόσο του μεταβλητού όσο και του σταθερού εωτελεστικού παραγωγής

Βραχυπρόνιο Κόστος

- Σταθερό κόστος FC (οι δαπάνες για την απόκτηση και χρήση σταθερών παραγωγικών εωτελεστικών π.χ. κελιάριο, έδαφος)
- Μεταβλητό κόστος VC (οι δαπάνες για την απόκτηση και χρήση μεταβλητών ειδρών π.χ. εργασία, πρώτες ύλες)
- Συνολικό κόστος TC

$$TC = FC + VC$$

Καθιόντες Κόστους



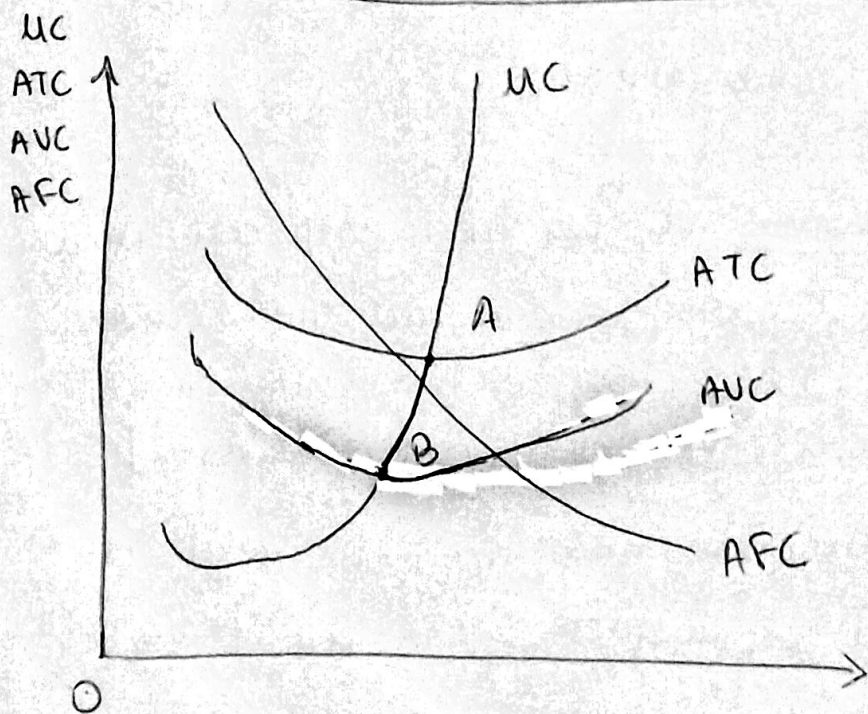
- Η καθιόντη σταθερών κόστους FC απεικονίζεται με μια οριζόντια ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα της ποσότητας. Το σταθερό κόστος δεν μεταβάλλεται και επιβαρύνει την επιχείρηση ακόμη και όταν η παραγωγή της είναι μηδέν.
 - Η καθιόντη μεταβλητών κόστους VC στα αρχικά επίπεδα παραγωγής αυξάνεται αργά και στην συνέχεια ομοίως και πιο έντονα.
 - Η καθιόντη συνολικού κόστους TC κινείται παράλληλα με των καθιόντων VC και αυξάνεται στην αρχή με φθίνοντα ρυθμό και στην συνέχεια με αυξανόμενο όπως και η VC.
- Η κάθετη απόσταση των 2 καθιόντων TC, VC είναι πάντα ίση με το σταθερό κόστος FC.

- Μέσο σταθερό κόστος $AFC = \frac{FC}{Q}$
- Μέσο μεταβλητό κόστος $AVC = \frac{VC}{Q}$
- Μέσο συνολικό κόστος $ATC = \frac{TC}{Q} = \frac{VC+FC}{Q} = AVC + AFC$

• Οριακό κόστος $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Το οριακό κόστος μας δείχνει την μεταβολή του συνολικού κόστους (ή την μεταβολή του μεταβλητού κόστους) όταν η παραγωγή αυξάνεται κατά 1 μονάδα

Καθιόντες Μέσο και οριακό κόστος



→ Η καθιόντη AFC συνεχώς κατεβαίνει

→ Οι καθιόντες MC, ATC, AVC είναι των μορφών U. Αρχικά κατεβαίνουν φτάνουν σε ένα ελάχιστο σημείο και στη συνέχεια ανεβαίνουν

→ Η καμπύλη MC τέμνει ανεξοφλητικά στα ελαφρύτερα επίπεδα των AVC και ATC (4)

- Αν $MC < AVC \Rightarrow AVC \downarrow$
- Αν $MC > AVC \Rightarrow AVC \uparrow$
- Αν $MC < ATC \Rightarrow ATC \downarrow$
- Αν $MC > ATC \Rightarrow ATC \uparrow$